

المتتابعات والمتسلسلات

Sequences and Series

فيما سبق:

درست الأنماط الجبرية، والمتتابعات الحسابية بوصفها دوال خطية.

والآن:

- استعمل المتتابعات والمتسلسلات الحسابية والهندسية.
- أجد مفكوك القوى باستعمال نظرية ذات الحدين.
- أبرهن جملاً رياضية باستعمال الاستقراء الرياضي.

لماذا؟

بذور: تظهر المتتابعات بأشكال شتى، وطرائق مذهبة، كما في بعض البذور والأزهار والفواكه والخضراوات، فمثلاً تظهر متتابعة فيبوناشي الشهيرة في بذور تباع الشمس، بحيث يتكوّن الشكل الحلزوني المعروف بدوامة فيبوناشي.

المطويات منظم أفكار

المتتابعات والمتسلسلات: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظتك حول المتتابعات والمتسلسلات، مبتدئاً بورقة واحدة A4.

- 1 اطو الورقة من المنتصف كما في الشكل.
- 2 أعد الورقة إلى وضعها ثم اطو الجانب الأطول بمقدار 5 cm لعمل جيب كما في الشكل.
- 3 ألصق الطرفين لعمل الجيب.
- 4 ضع عنواناً لكل جانب كما في الشكل، استعمل أوراقاً أو بطاقات لتسجيل الملاحظات والأمثلة.



التهيئة

اختبار سريع:

حلّ كلاً من المعادلات الآتية:

(1) $x = -12$

(2) $x = \pm 4$

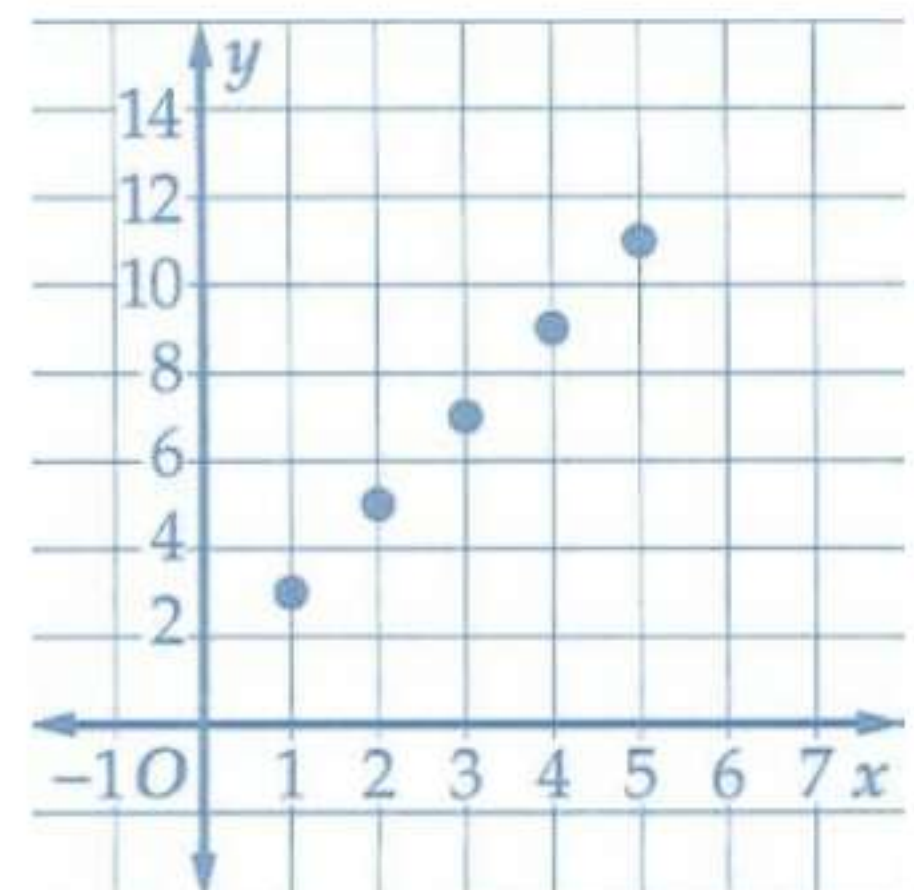
(3) $x = 3$

(4) $x = -3$

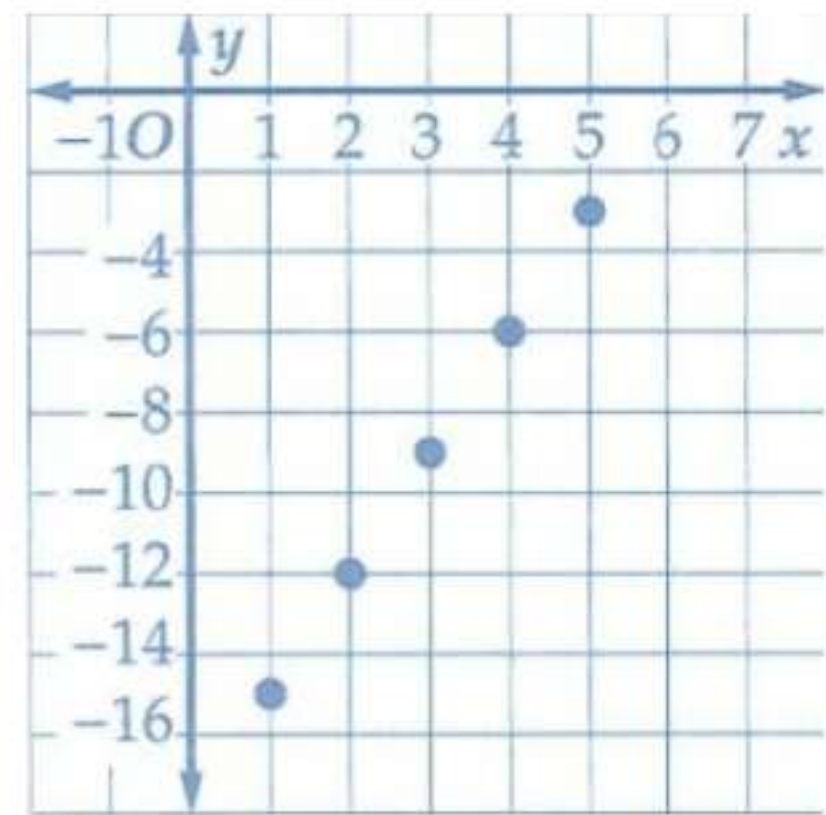
(5) نباتات: 9 صفوف

مثل كلاً من الدوال الآتية بيانياً:

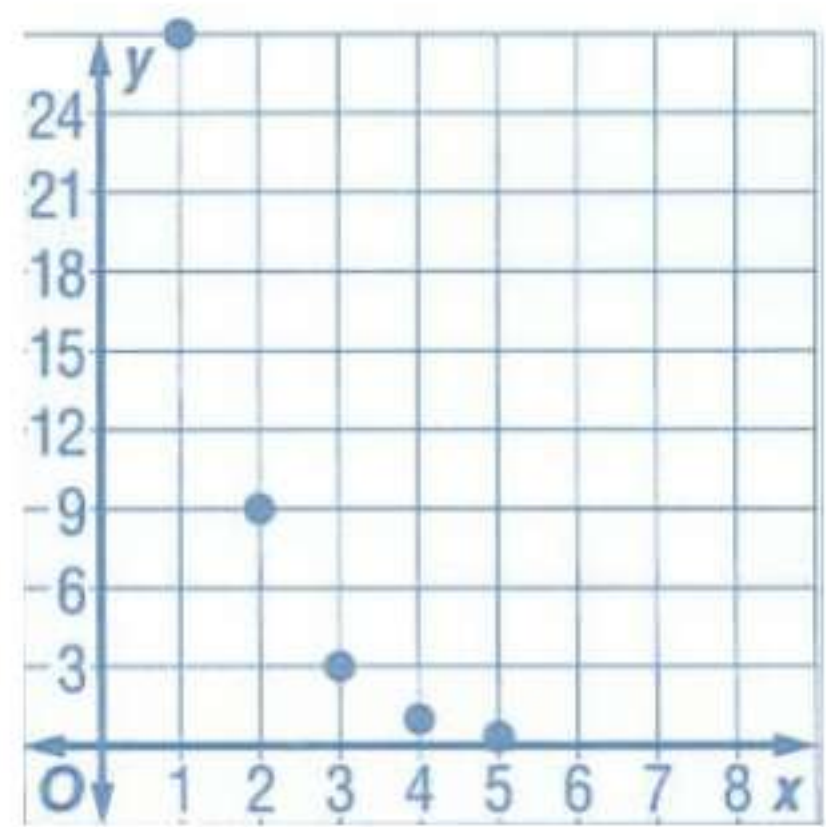
(6)



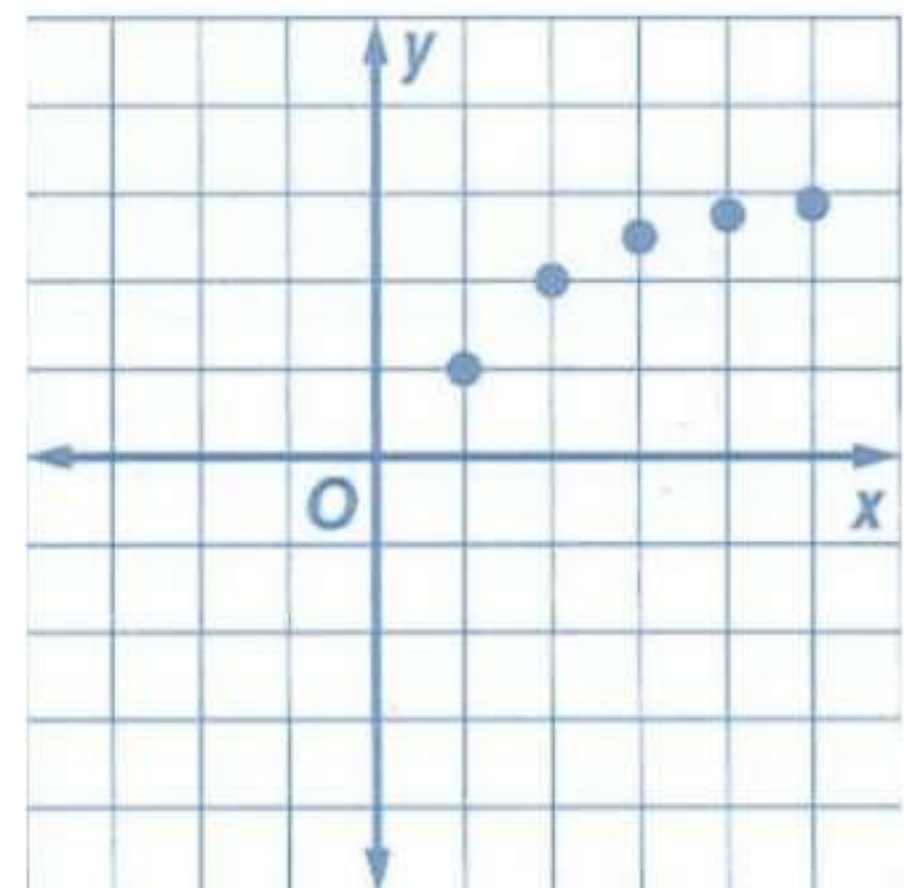
(7)



(8)



(9)



(10) حضانة: 16000 ريال

أوجد قيمة كل من المقادير الآتية عند قيم المتغيرات المعطاة .

(11) -30

(12) 12

(13) $\frac{-2}{729}$

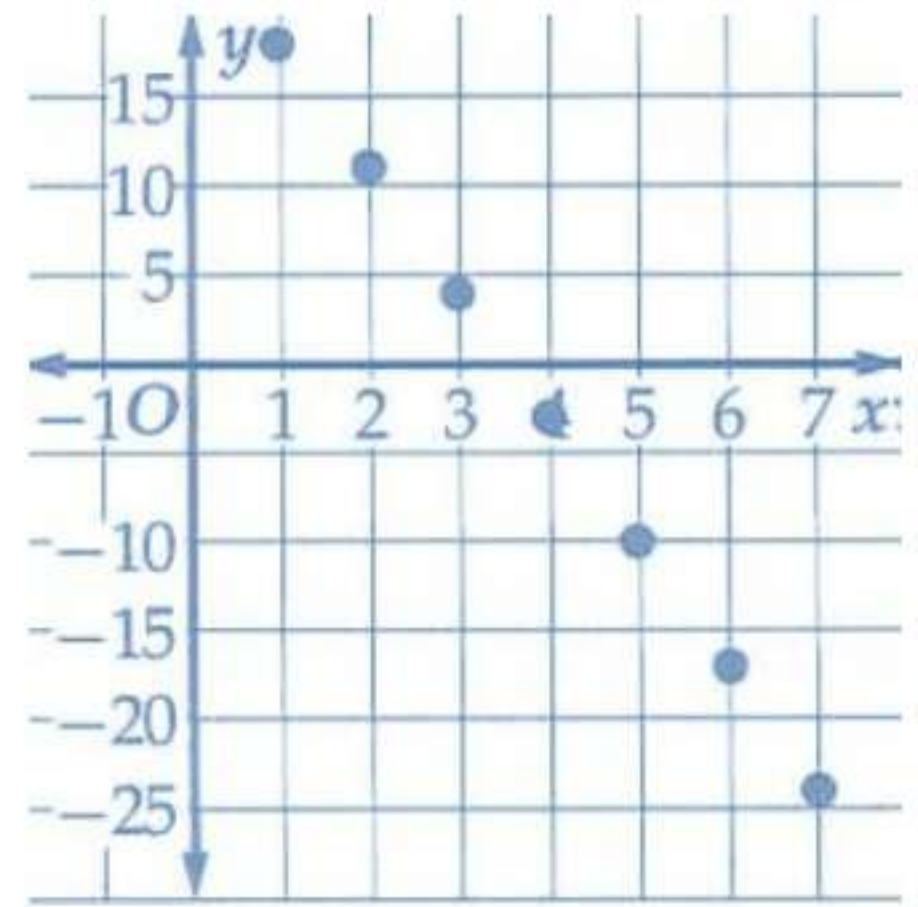
(14) -15

تحقق من فهمك:

لا (1A)

نعم (1B)

(2)



(3) نقود:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 10 = 5(x - 5)$$

$$y = 5x - 25 + 10$$

$$y = 5x - 15$$

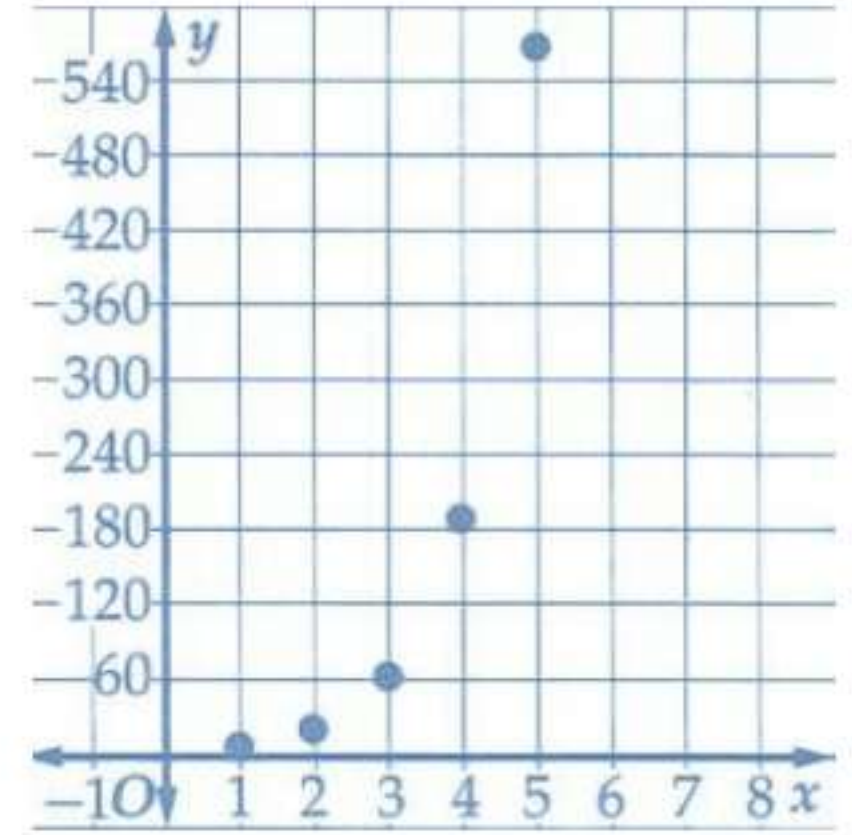
$$y = (5 \times 12) - 15$$

$$y = 75$$

نعم (4A)

لا (4B)

(5) 189, 567



حدد نوع المتتابعة إذا كانت حسابية، أم هندسية أم غير ذلك . ووضح إجابتك:

(6A) حسابية، أساس المتتابعة $\frac{1}{3}$

(6B) هندسية، ن أساس المتتابعة $\frac{-3}{4}$

(6C) غير ذلك، لا يوجد فرق ثابت ولا نسبة ثابتة

تأكد:

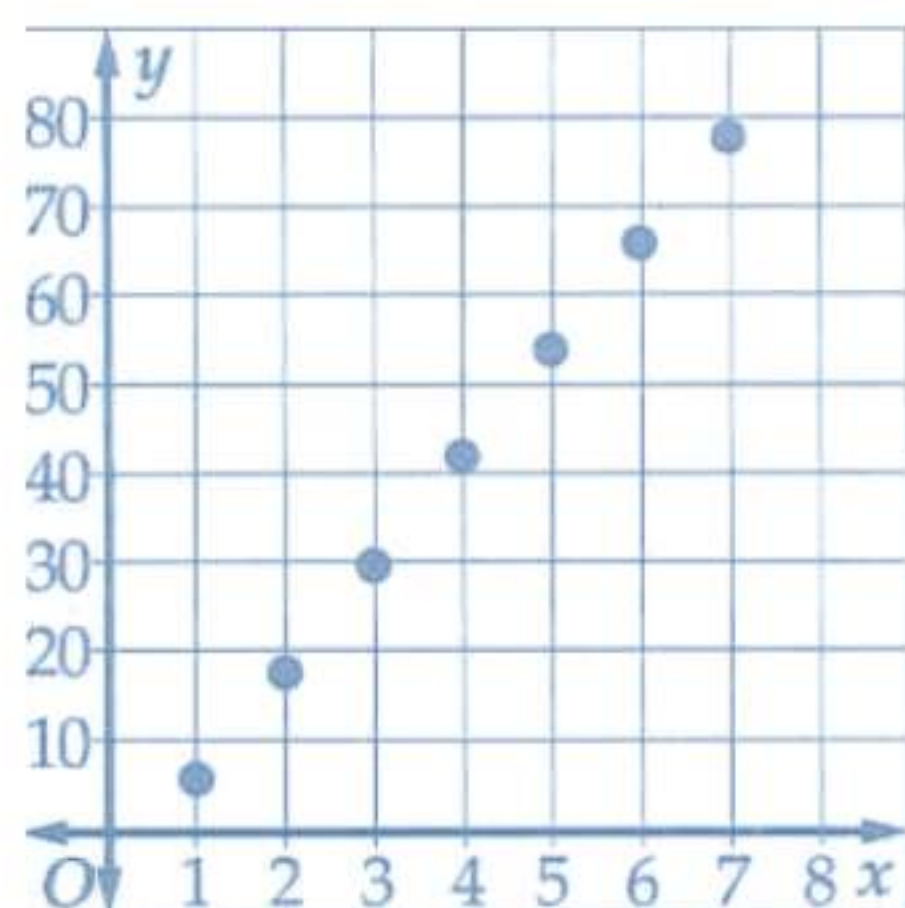
حدد إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي متتابعة حسابية أم لا: اكتب نعم أو لا:

(1) نعم

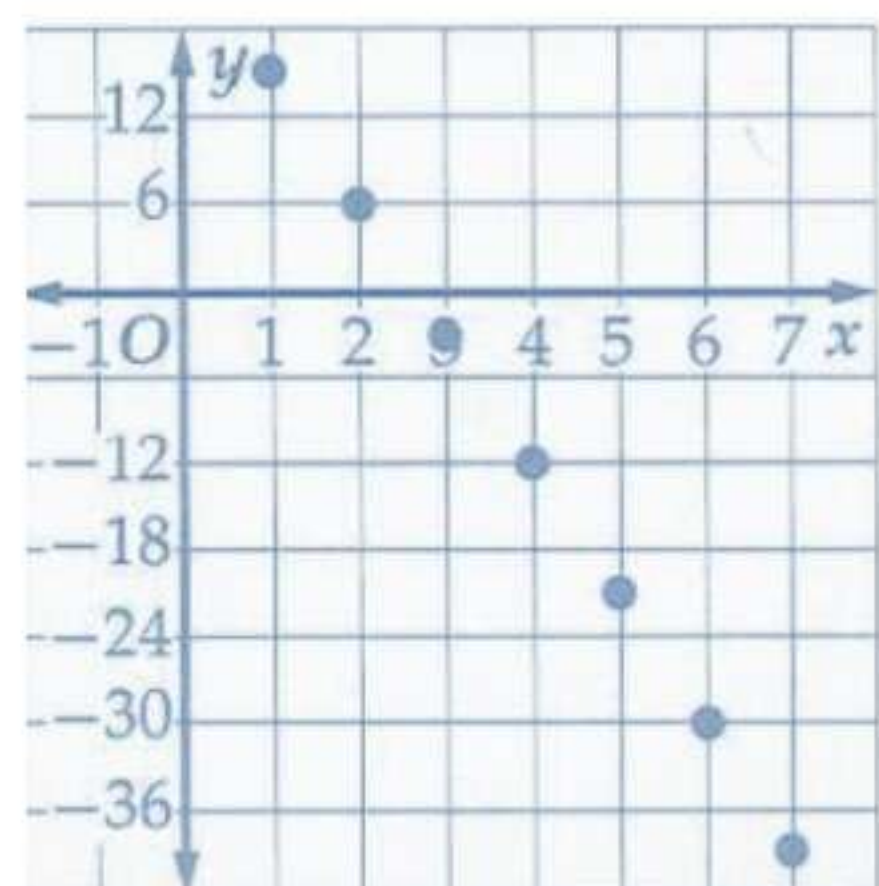
(2) نعم

أوجد الحدود الأربعة التالية في كل من المتتابعات الحسابية الآتية، ثم مثل المتتابعة بيانياً:

(3) 42 , 54 , 66 , 78



(4) -12 , -21 , -30 , -39



(5) توفير:

(a) 3000 ريال

(b) 25 شهر

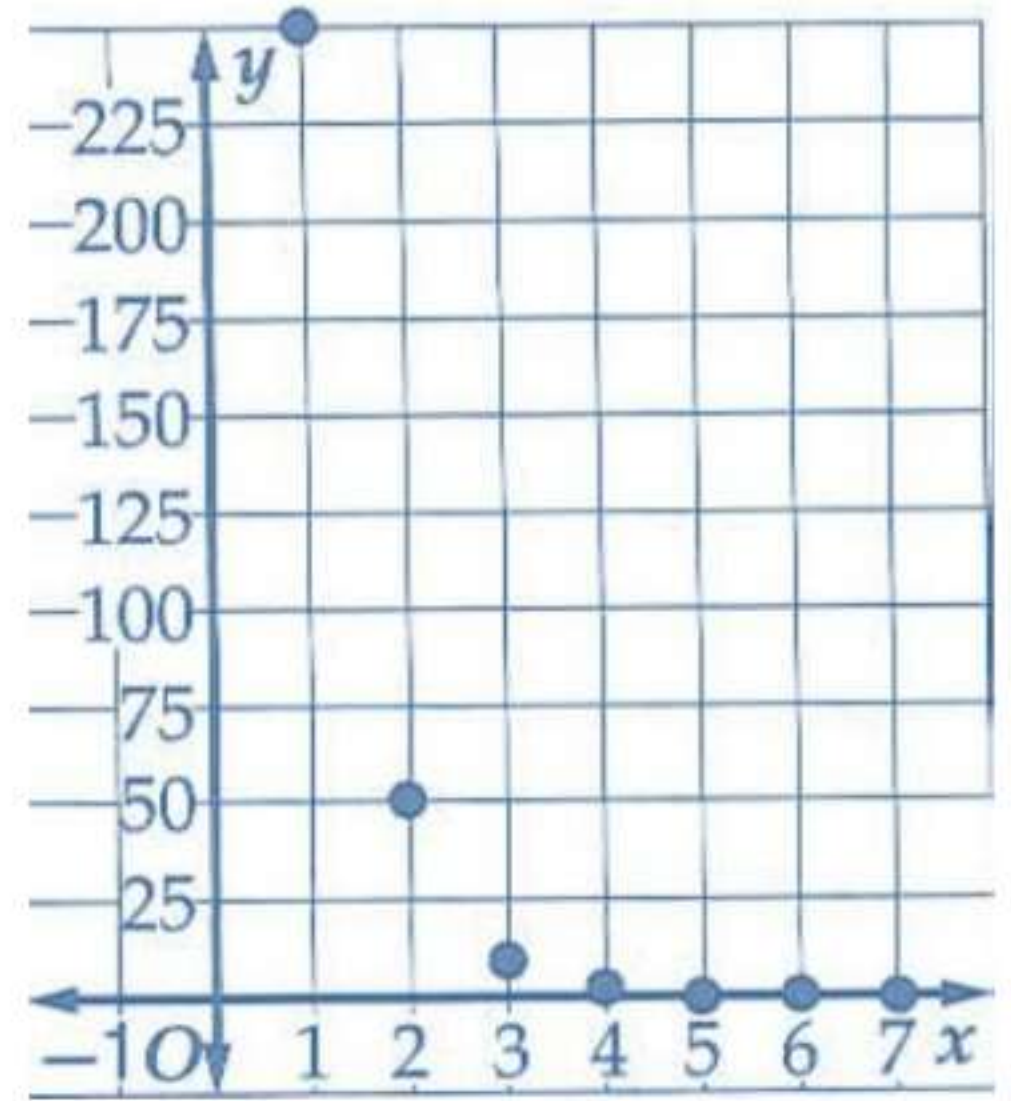
حدد إذا كانت المتابعة في كل مما يأتي متتابعة هندسية أم لا . اكتب نعم أو لا:

(6) نعم

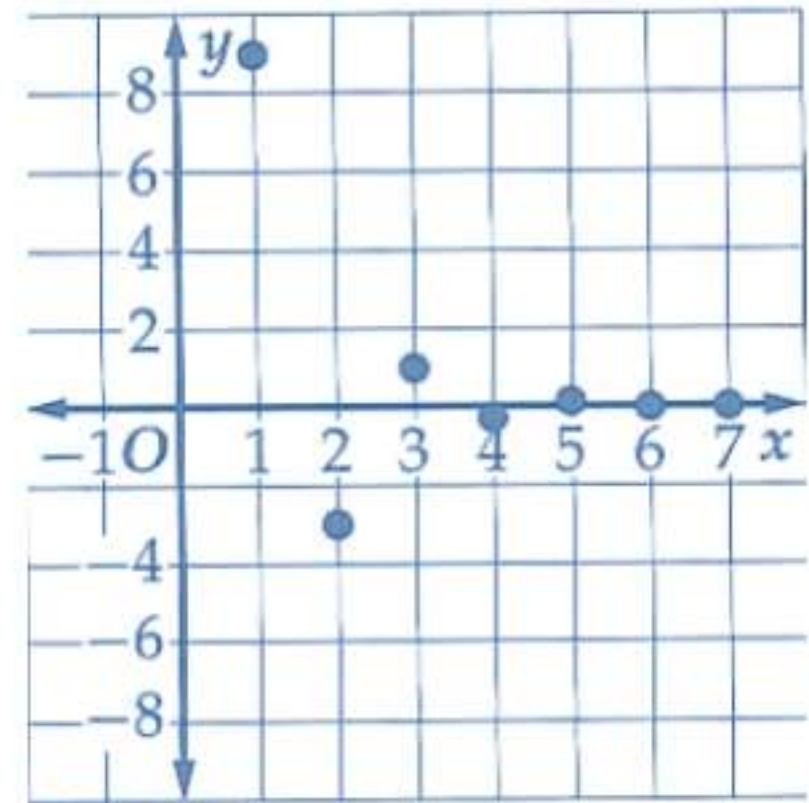
(7) لا

أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل من المتتابعات الهندسية الآتية، ثم مثل المتتابعة بيانياً:

(8) $250, 50, 10, 2, \dots$



$$\frac{1}{9}, \frac{-1}{27}, \frac{1}{81} \quad (9)$$



حدد نوع المتتابعة إذا كانت حسابية أم هندسية أم غير ذلك، ووضح إجابتك:

(10) غير ذلك، لا يوجد فرق ثابت ولا نسبة ثابتة

(11) هندسية، الأساس $\frac{-1}{2}$

(12) حسابية، الأساس 4

تدرب وحل المسائل:

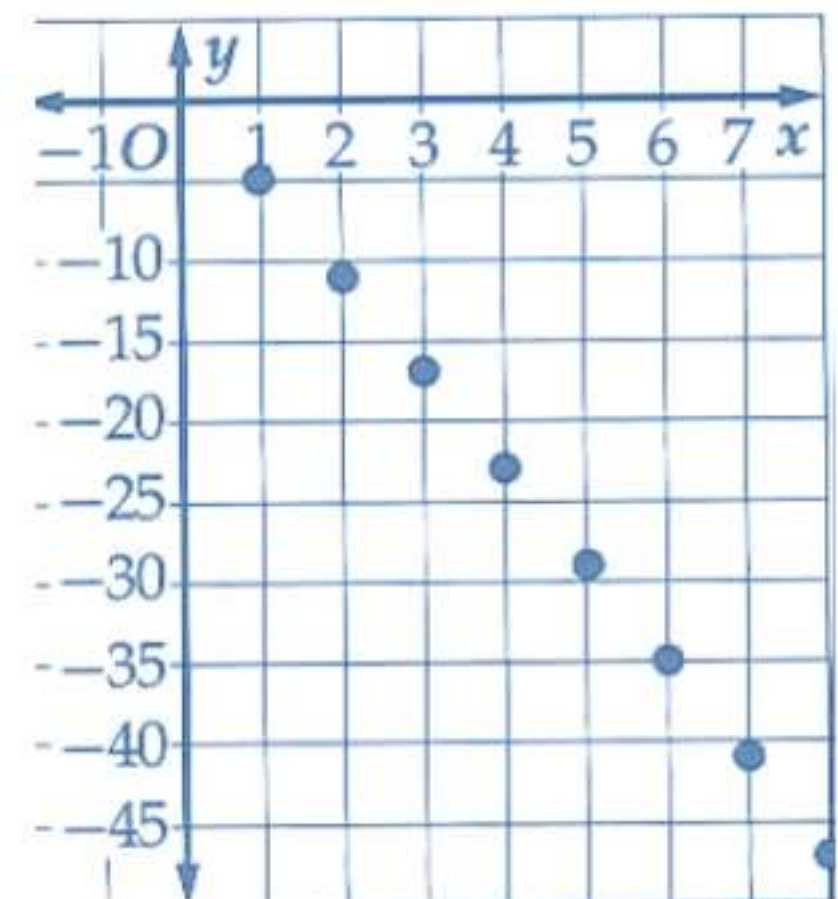
حدد إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي متتابعة حسابية أم لا، اكتب نعم أو لا:

(13) لا

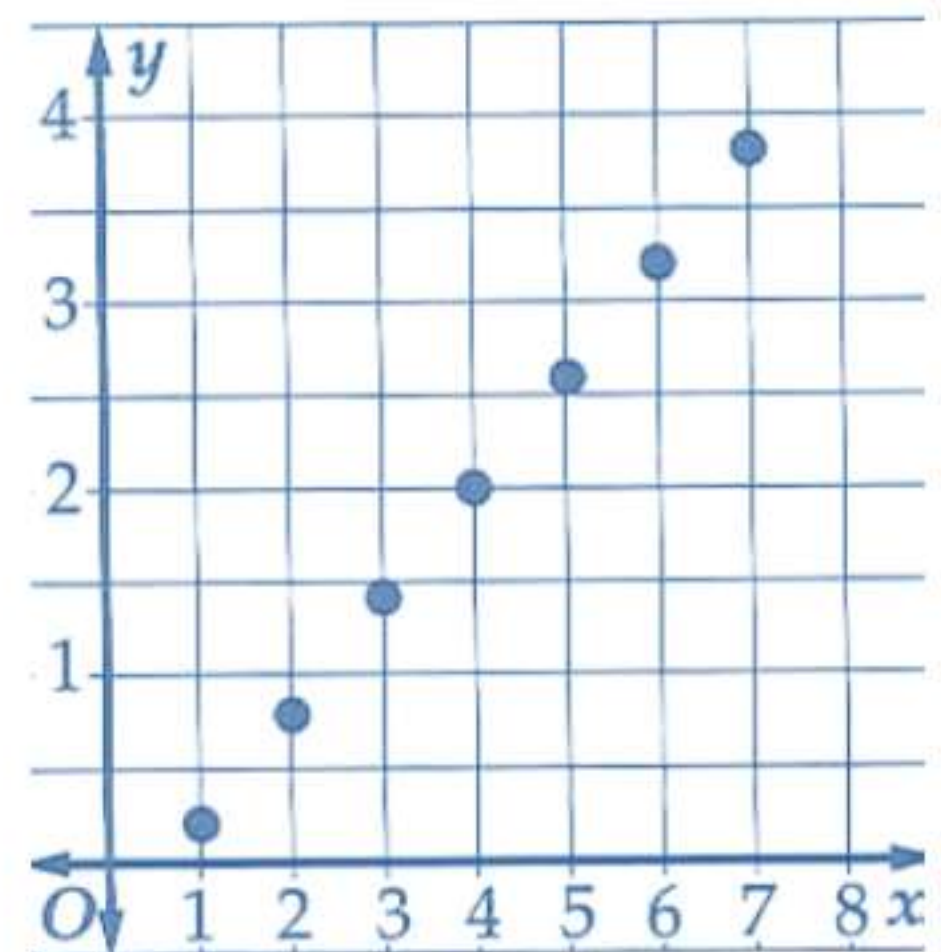
(14) نعم

أوجد الحدود الأربعة التالية في كل من المتتابعات الحسابية الآتية، ثم مثل المتتابعة بيانياً:

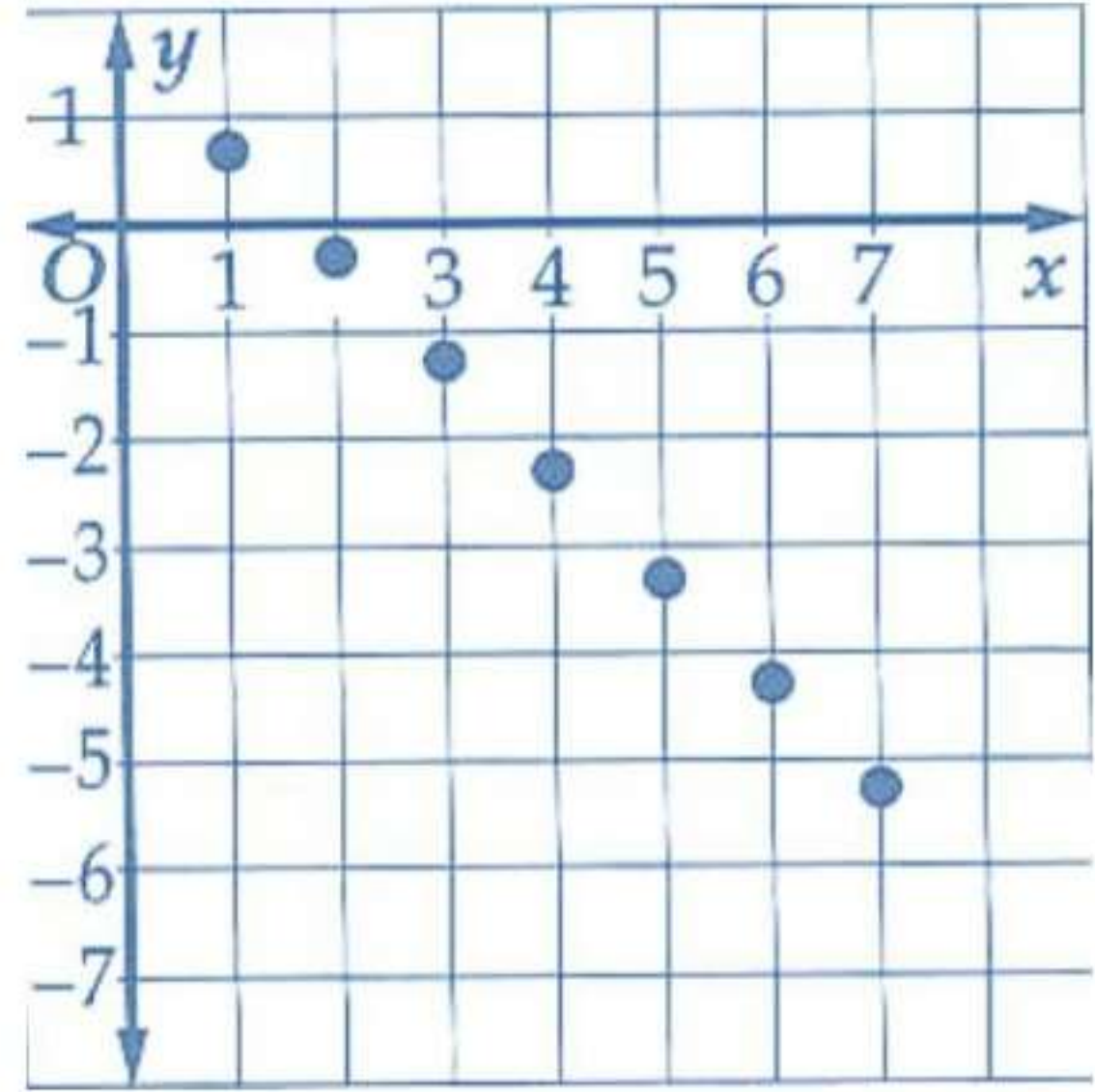
(15) $-29, -35, -41, -47$



(16) $2, \frac{13}{5}, \frac{16}{5}, \frac{19}{5}$



$$\frac{-7}{3}, \frac{-10}{3}, \frac{-13}{3}, \frac{-16}{3} \quad (17)$$



(18) تنظيم قاعات: 74 مقعدا

(19) تمارين قوة:

(a) 30 دقيقة و 30 ثانية

(b) في اليوم الثامن والثلاثين

(c) لا، غير منطقي لأنه ليس من المعقول أن تخصص كل ساعات اليوم للتدريب

حدد إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي متتابعة هندسية أم لا، اكتب نعم أو لا .

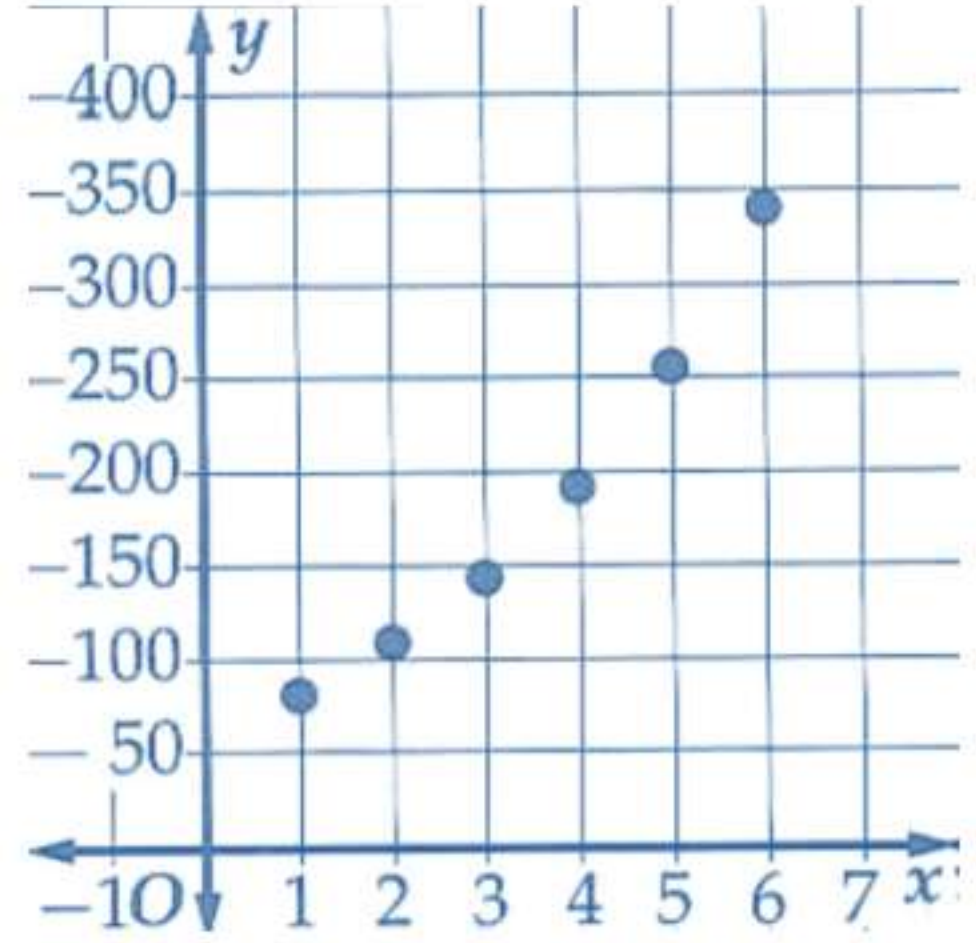
(20) لا

(21) نعم

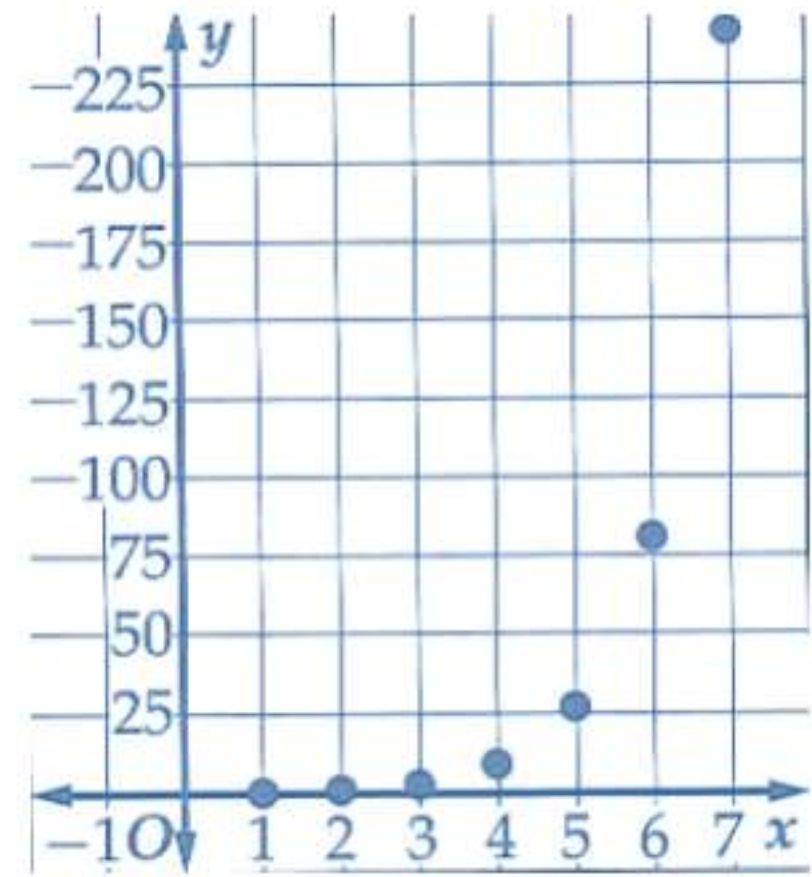
(22) لا

أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل من المتتابعات الهندسية الآتية، ثم مثل المتتابعة بيانياً:

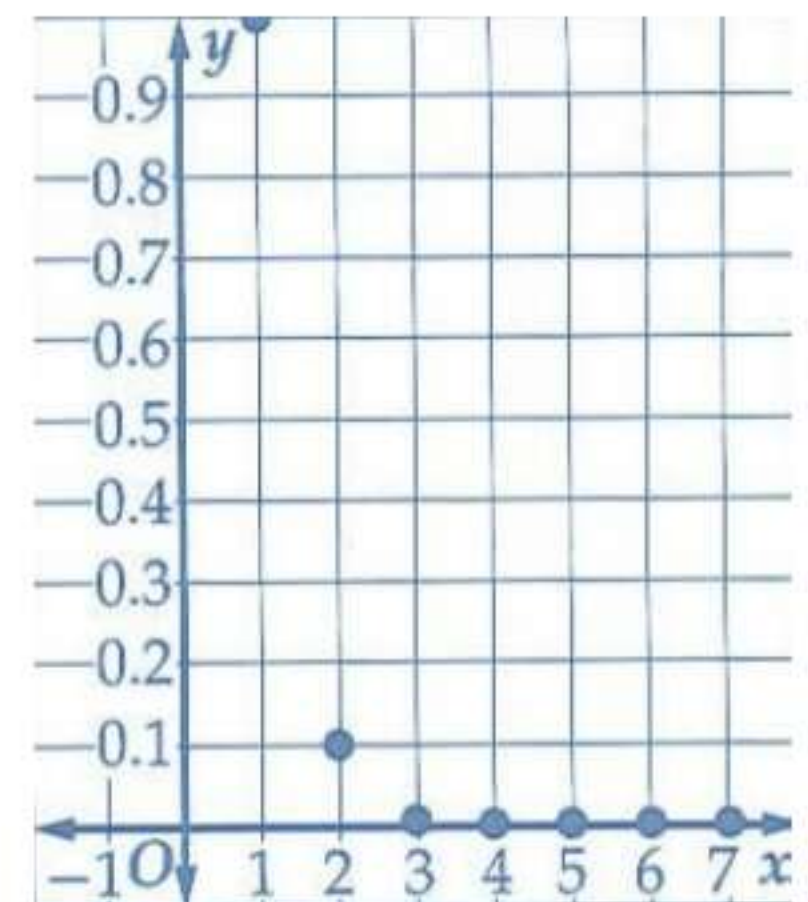
192 , 256 , $\frac{1024}{3}$ (23)



27 , 81 , 243 (24)



0.0001 , 0.00001 , 0.000001 (25)



حدد نوع المتتابعة إذا كانت حسابية، أم هندسية أم غير ذلك . ووضح إجابتك:

(26) غير ذلك، لا يوجد فرق ثابت ولا نسبة ثابتة

(27) حسابية ، الأساس 3-

(28) هندسية، الأساس 3

(29) هندسية، الأساس $\frac{1}{5}$

(30) حسابية ، الأساس $\frac{1}{2}$

(31) غير ذلك، لا يوجد فرق ثابت ولا نسبة ثابتة

(32) قراءة: 86 صفحة

(33) نقص القيمة: 22185 ريال

(34) طي الأوراق: 13744 km

مسائل مهارات التفكير العليا:

(35) تبرير: لان الفرق بين كل حدين متتاليين فيها ليس عددا ثابتا

(36) تحد: 7 , 2 , -3

(37) مسألة مفتوحة: حسابية:: 3 , 9 , 15 , 21

هندسية:: 3 , 9 , 27 , 81

لا حسابية ولا هندسية:: 3 , 9 , 21 , 45

(38) تبرير: متروك للطالب

(39) اكتب: عندما يصبح الأساس مثلي قيمته فان قيمة a_2 الجديدة تصبح $2a_2$

وقيمة a_3 تصبح $4a_3$ وهكذا تكون الحدود الجديدة هي $b_n = a_n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

تدريب على اختبار:

(40) إجابة قصيرة: 8580 ريالاً

(41) (D) 81

32

مراجعة تراكمية:

(42) حل المعادلة: $x=6$

أوجد معادلة المستقيم في كل مما يأتي:

(43) $Y=0.5x+1$

(44) $Y=-0.5x+3.5$

تحقق من فهمك:

أوجد الحد المطلوب في كل من المتابعتين الحسابيتين الآتيتين:

44 (1A)

-137 (1B)

$a_n = -9n + 21$ (2A)

$a_n = 8n - 36$ (2B)

(3)

-9 , 0 , 9 , 18 , 27

أوجد مجموع كل متسلسلة مما يأتي:

2550 (4A)

2880 (4B)

أوجد الحدود الثلاثة الأولى في المتتابعات الحسابية الآتية:

-6 , 0 , 6 (5A)

-24 , -16 , -8 (5B)

1281 (B (6)

تأكد:

أوجد قيمة الحد المطلوب في كل من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين:

104 (1)

233 (2)

اكتب صيغة الحد النوني لكل من المتتابعتين الآتيتين:

$$a_n = 6n + 7 \quad (3)$$

$$a_n = -4n + 8 \quad (4)$$

أوجد الأوساط الحسابية في كل من المتتابعتين الآتيتين:

15 , 24 , 33 (5)

-1 , 2 , 5 (6)

أوجد مجموع كل متسلسلة فيما يأتي:

1275 (7)

5100 (8)

4500 (9)

1995 (10)

أوجد الحدود الثلاثة الأولى في كل من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين:

(11) 8 , 12 , 16

(12) 10 , 16 , 22

(13) اختيار من متعدد: (C) 342

تدرب وحل المسائل:

أوجد قيمة الحد المطلوب في كل من المتتابعات الحسابية الآتية:

$$162 \text{ (14)}$$

$$248 \text{ (15)}$$

$$-103 \text{ (16)}$$

$$14 \text{ (17)}$$

اكتب صيغة الحد النوني في كل متتابعة حسابية فيما يأتي:

$$a_n=11n+13 \text{ (18)}$$

$$a_n=4.5n-21 \text{ (19)}$$

$$a_n=-7n+16 \text{ (20)}$$

$$a_n=9n-32 \text{ (21)}$$

$$a_n=-2n+8 \text{ (22)}$$

$$a_n=-5n-7 \text{ (23)}$$

أوجد الأوساط الحسابية في كل من المتتابعات الآتية:

$$19, 14, 9, 4 \text{ (24)}$$

$$5, 16, 27, 38 \text{ (25)}$$

$$-21, -14, -7, 0 \text{ (26)}$$

$$75, 66, 57, 48 \text{ (27)}$$

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الحسابية الآتية:

$$10100 \quad (28)$$

$$40000 \quad (29)$$

$$696 \quad (30)$$

$$408 \quad (31)$$

$$1272 \quad (32)$$

$$1558 \quad (33)$$

$$100, 150, 200, \dots, 600 \quad (34)$$

$$n = 11, a_1 = 100, d = 150 - 100 = 50$$

$$s_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n - 1)d]$$

$$s_n = \frac{11}{2} [2(100) + (11 - 1)50]$$

$$s_n = \frac{11}{2} [700] = 3850$$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى في كل من المتتابعات الحسابية الآتية:

$$48, 60, 72 \quad (35)$$

$$3, 6, 9 \quad (36)$$

$$-15, -6, 3 \quad (37)$$

$$-33, -21, -9 \quad (38)$$

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الحسابية الآتية:

$$512(39)$$

$$350(40)$$

$$324(41)$$

$$-208(42)$$

(43) قرض حسن: 2250 ريالاً

استعمل المعلومات المعطاة في كل من الأسئلة الآتية؛ لكتابة معادلة تمثل الحد
النوني لكل متتابعة حسابية:

$$a_n=13n-1055 (44)$$

$$a_n=-9n+177 (45)$$

$$a_n=7n-54 (46)$$

(47) تنظيم:

$$14, 18, 22 (a)$$

$$P_n=4n+2 (b)$$

(c) لا، لا يوجد عدد كلي n حيث أن

$$4n+2=100$$

(48) جاذبية: 1600 قدم

(49) دخل سنوي: السنة التاسعة عشر

(50) رياضة:

$$a_n=2.5+0.5n (a)$$

(b) الأسبوع الخامس عشر

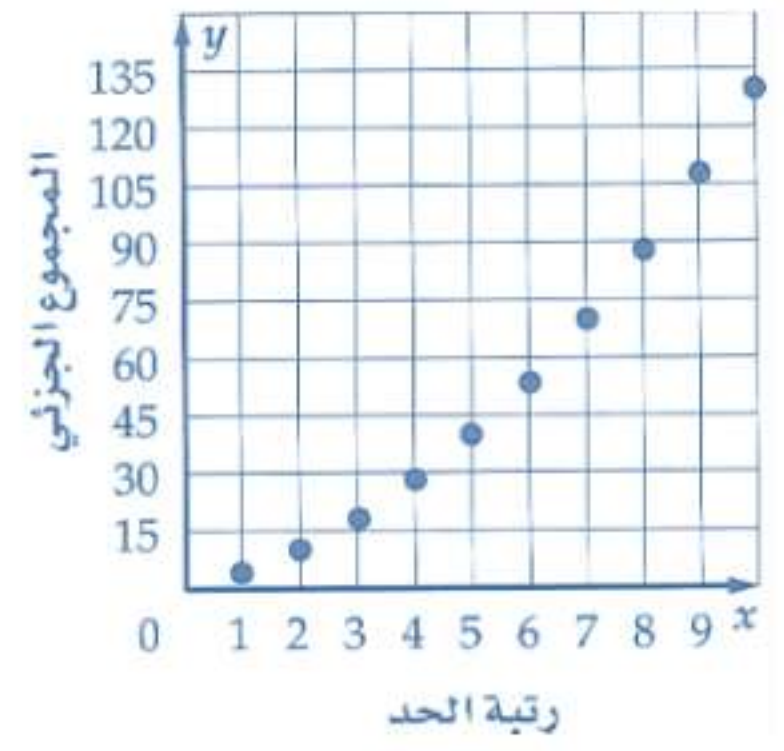
(c) لا، في النهاية سيكون عدد الأميال التي يقطعها في اليوم الواحد غير واقعي

(51) تمثيلات متعددة:

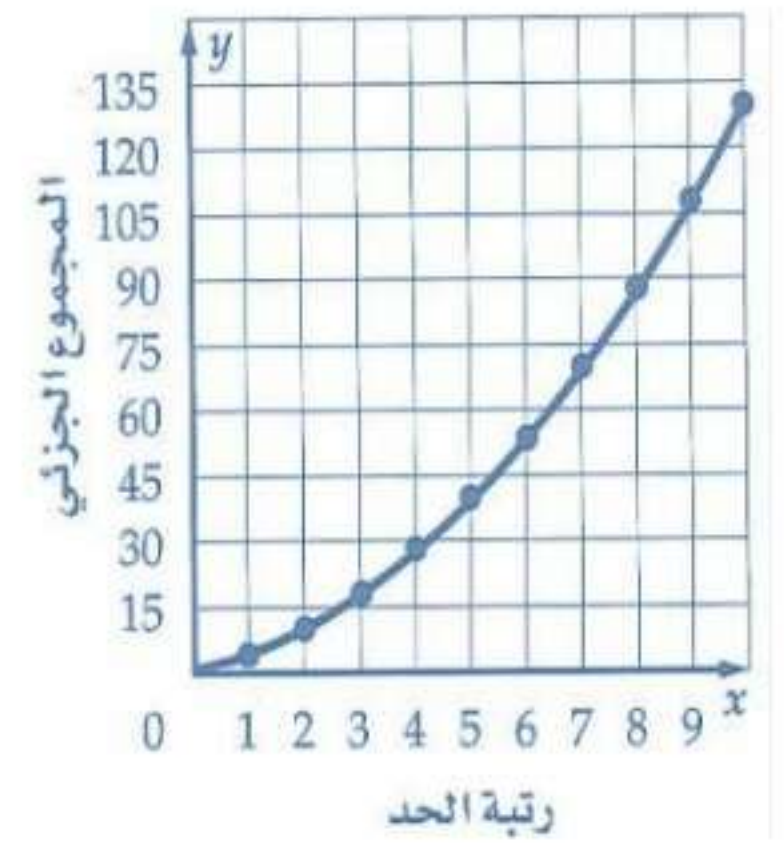
(a) جدولياً:

n	S_n
1	4
2	10
3	18
4	28
5	40
6	54
7	70
8	88
9	108
10	130

(b) بيانياً:



(c)



(d) لفظياً: مع أن لتمثيلهما البيانيين المدى نفسه إلا أن مجال المتسلسلة هي مجموعة الأعداد الطبيعية ومجال الدالة التربيعية هو مجموعة الأعداد الحقيقية

(e) تحليلياً: يوجد مع كل مجموع جزئي للمتسلسلة الحسابية دالة تربيعية بحيث

يكون لكل منهما المدى نفسه

(f) جبرياً:

x

$\sum_{k=1}^{x} 2k+7$

$K=1$

أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

18 (52)

16 (53)

مسائل مهارات التفكير العليا:

(54) تبرير: $4b-3a$

(55) تحد: 16

(56) مسألة مفتوحة: $9+18+27+ \dots +72$

(57) اكتب: المتتابعة الحسابية هي مجموعة من الحدود الفرق بين أي حدين متتاليين فيها يساوي مقدارا ثابتا والمتسلسلة الحسابية هي مجموع حدود متتابعة حسابية

(58) برهان: متروك للطالب

(59) برهان: متروك للطالب

(60) برهان: متروك للطالب

تدريب على اختبار:

(61) B 84

(62) 3

$\sum_{k=1}^n k^{1/k}$ (A

$k = 1$

مراجعة تراكمية:

حدد إذا كانت كل من المتتابعات الآتية حسابية أم لا، أجب بنعم أو لا:

(63) نعم

(64) نعم

(65) لا

(66) فيزياء:

4.8 cm/g (a)

24 cm (b)

أوجد قيمة كل مما يأتي:

1458 (67)

$\frac{1}{32}$ (68)

$\frac{1}{81}$ (69)

تحقق من فهمك:

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad (1)$$

$$a_5 = 40(3^{5-1})$$

$$a_5 = 3240$$

الحدود الخمسة الأولى: 40, 120, 360, 1080, 3240

$$a_n = -0.25(-8)^{n-1} \quad (2A)$$

$$a_n = (4)^{n-1} \quad (2B)$$

$$2, 8, 32, 128 \quad (3)$$

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين:

(4)

$$s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$s_8 = \frac{10(1-2^8)}{1-2} = 2550$$

إذن مجموع البكتيريا بعد 8 انقسامات هو 2550

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين:

$$66426.75 \quad (5A)$$

$$58253.333 \quad (5B)$$

16 (6)

تأكد:

$$s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad (1)$$

$$s_{15} = \frac{1(1-2^{15})}{1-2} = 32767$$

إذن مجموع الملفات بعد 15 دقيقة هو 32767

اكتب صيغة الحدّ النوني في كلّ من المتتابعات الهندسية الآتية:

$$a_n = (2.2)^{n-1} \quad (2)$$

$$a_n = -4(-4)^{n-1} \quad (3)$$

$$a_n = \frac{4}{3}(3)^{n-1} \quad (4)$$

أوجد الأوساط الهندسية المطلوبة في كل من المتتابعتين الآتيتين:

$$1, 4, 16 \quad (5)$$

$$1, 5, 25 \quad (6)$$

$$s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad (7)$$

$$s_6 = \frac{4(1-3^6)}{1-3} = 1456$$

إذن مجموع المتدربين حتى المرحلة السادسة هو 1456

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين:

$$4095 \quad (8)$$

$$7.96875 \quad (9)$$

أوجد a_1 في كل من المتسلسلتين الآتيتين:

$$\frac{1}{16} \quad (10)$$

$$512 \quad (11)$$

تدرب وحل المسائل:

(12) طقس: 93 cm

أوجد a_n لكل من المتتابعتين الهندسيتين الآتيتين:

$$\frac{73}{128} \quad (13)$$

$$512 \quad (14)$$

اكتب معادلة الحد النوني في كل من المتتابعات الهندسية الآتية:

$$a_n = -3 (-2)^{n-1} \quad (15)$$

$$a_n = - (-1)^{n-1} \quad (16)$$

$$a_n = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \quad (17)$$

$$a_n = 7 (2)^{n-1} \quad (18)$$

$$a_n = -64 \times (0.5)^{n-1} \quad (19)$$

$$a_n = \frac{1}{1552} \times (6)^{n-1} \quad (20)$$

أوجد الأوساط الهندسية المطلوبة في كل من المتتابعات الهندسية الآتية:

$$270, 90, 30 \quad (21)$$

$$\frac{7}{3}, \frac{14}{9}, \frac{28}{27} \quad (22)$$

$$-8, 4 \quad (23)$$

$$471 \text{ cm} \quad (24)$$

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الهندسية الآتية:

$$53.9918 \quad (25)$$

$$31.9375 \quad (26)$$

$$831.855 \quad (27)$$

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الهندسية الآتية:

$$2188 \quad (28)$$

$$255 \quad (29)$$

$$0 \quad (30)$$

أوجد قيمة a_1 في كل من المتسلسلات الهندسية الآتية:

$$-8 \quad (31)$$

$$64 \quad (32)$$

$$193.75 \text{ ft} \quad (33)$$

$$119.5 \text{ cm} \quad (34)$$

$$30\% \text{ معالجة المياه: المتبقي} = 30\% \quad (35)$$

$$900 \times (0.3)^4 = 7.29$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(36) برهان: متروك للطالب

(37) برهان: متروك للطالب

(38) تبرير: يجب تغير $k-1$ إلى k والعدد 10 إلى العدد 9 وعدها تصبح حدود

المتسلسلتين متطابقة ويصبح المتسلسلتان متطابقتان

(39) برهان: متروك للطالب

(40) تحد: x^2y^2

(41) مسألة مفتوحة: $4+8+16+32+64+128$

(42) اكتب: تكون المتسلسلة حسابية إذا كان الفرق بين كل حدين متتاليين فيها

مقدار ثابتا وهندسية إذا كانت النسبة بين كل حدين متتاليين نسبة ثابتة وإذا كان

الفرق بين كل حدين متتاليين ثابتا وكذلك إذا كانت النسبة ثابتة فان المتسلسلة

تكون حسابية هندسية في الوقت نفسه وبغير ذلك لا يمكن اعتبار المتسلسلة

هندسية أو حسابية

تدريب على اختبار:

(43) (D) 8

(44) إجابة قصيرة: 32000 ريال

مراجعة تراكمية:

(45) نقود: 4000 ريال

حدد إذا كانت كل من المتتابعات الآتية حسابية، أم هندسية أم غير ذلك . ووضح إجابتك.

(46) غير ذلك ، لا يوجد أساس

(47) حسابية ، الأساس $\frac{1}{50}$

(48) غير ذلك، لا يوجد أساس

(49) -45

(50) $\frac{-5}{7}$

اختبار منتصف الفصل

حدد نوع المتتابعة إذا كانت حسابية، أم هندسية، أم غير ذلك في كل مما يأتي،
ووضح إجابتك:
(1) غير ذلك، لا يوجد أساس

(2) متتابعة حسابية، لان هناك فرق ثابت $=0.5$

(3) هندسة:

$$a_n = 2n + 2 \quad (a)$$

(b) نعم، عندما $2n + 2 = 84$ فان $n = 41$ لذا ففي الشكل الحادي والأربعين 41
سيوجد 84 مربعا غير مظل

أوجد الحد التاسع في كل من المتسلسلتين الحسابيتين الآتيتين:

(4) -30

(5) 24

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الحسابيتين الآتيتين:

(6) 342

(7) 1584

(8) -3620

(9) اختبار من متعدد: (B) 2500

أوجد الحد المطلوب في كل من المتتابعتين الهندسيتين الآتيتين:

512 (10)

1048576 (11)

4, 32, 256 (D) اختيار من متعدد:

دخول: 22412.65 ريال (13)

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين:

765 (14)

4 (15)

تحقق من فهمك:

(1A) متباعدة

(1B) متقاربة

(2A) $\frac{8}{3}$

(2B) ليس لها مجموع

(3) 48

(4) $\frac{7}{33}$

تأكد:

حدد أي المتسلسلتين الآتيتين متقاربة، وأيها متباعدة:

(1) متقاربة

(2) متباعدة

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين (إن وجد):

(3) 880

(4) غير موجود

أوجد قيمة كل مما يأتي إن وجدت:

(5) غير موجود

(6) -4

اكتب كلاً من الكسرين العشريين الدوريين الآتيين على صورة كسر اعتيادي:

(7) $\frac{35}{99}$

(8) $\frac{214}{333}$

تدرب وحل المسائل:

حدد أي المتسلسلتين الآتية متقاربة، وأيها متباعدة:

(9) متباعدة

(10) متباعدة

(11) متقاربة

(12) متباعدة

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الآتية (إن وجد):

(13) غير موجود

(14) غير موجود

(15) $\frac{24}{5}$

(16) غير موجود

(17) أراجيح: 60 ft

أوجد قيمة كل مما يأتي:

(18) غير موجودة

(19) $\frac{35}{12}$

(20) 16

اكتب كلاً من الكسور العشرية الدورية الآتية، على صورة كسر اعتيادي:

$$\frac{53}{165} \quad (21)$$

$$\frac{164}{33} \quad (22)$$

$$\frac{601}{4950} \quad (23)$$

(24) بطاريات قابلة للشحن: 8000 ساعة

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الآتية (إن وجد):

$$\frac{45}{4} \quad (25)$$

$$\frac{-64}{63} \quad (26)$$

(27) غير موجود

(28) تمثيلات متعددة:

$$(a) \text{ حسيًا: } \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots$$

(b) عددياً: 1

(c) مساحة البطاقة الأصلية هي وحدة مربعة ولذلك فإن مجموع مساحات جميع

القطع لا يمكن أن يزيد على 1

(29) فيزياء: 200 ft

(30) بندول: 240 cm

(31) ألعاب: 1170 ft

(32) متحف العلوم: 6 ft

اربط بين كل شكل والوصف المناسب له .

(b (33 متسلسلة حسابية متباعدة

(d(34 متسلسلة حسابية متباعدة

(a (35 متسلسلة حسابية متقاربة

مسائل مهارات التفكير العليا:

(36) **اكتشف الخطأ:** احمد، لان أساس المتسلسلة هو $r=-1$ والقيمة المطلقة هي

$r=1$ ولذا فان المتسلسلة متباعدة

(37) **برهان:** متروك للطالب

(38) **تحذ:** $\frac{-1}{3} < b < \frac{1}{3}$

(39) **تبرير:** يكون للمتسلسلة الهندسية اللانهائية مجموع إذا كانت القيمة المطلقة

للأساس اقل من 1 وعندما يحدث هذا فان الحدود تقتري من الصفر كلما زادت

قيمة n

(40) **مسألة مفتوحة:** متروك للطالب

(41) **اكتب:** لان المتسلسلة الحسابية أساس حيث يزداد كل حد من حدودها إذا كان

الأساس موجبا وينقص كل حد من حدودها إذا كان الأساس سالبا وفي كلتا

الحالتين لا يصل المجموع إلى قيمة حقيقية محددة

تدريب على اختبار:

(42) (A) 81

(43) هندسة:

(C) 1 حجم الكبيرة

مراجعة تراكمية:

(44) مسابقات: $a_n=512\left(\frac{1}{2}\right)^n$

(45) حياة: 9 , 18 , 27 , 36 , 45 , 54 , 63 , 72

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$y^2+7y+12 \quad (46)$$

$$27p^2-21p+2 \quad (47)$$

2-4 توسع: النهايات

تمارين:

أوجد نهاية كل من المتتابعات الآتية:

(1) 0

(2) 0

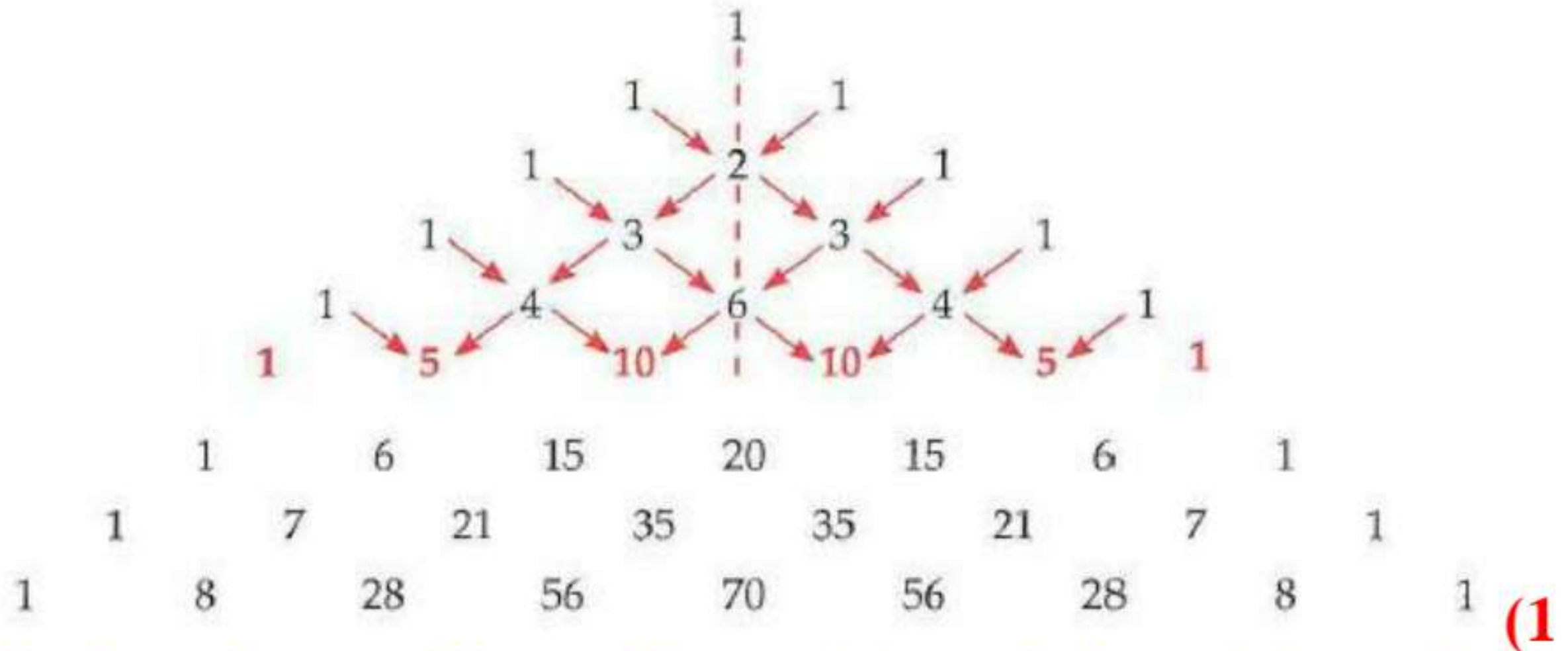
(3) غير موجودة

(4) 0

(5) 1

(6) غير موجودة

تحقق من فهمك:



$$(a + b)^8 = a^8 + 8a^7b + 28a^6b^2 + 56a^5b^3 + 70a^4b^4 + 56a^3b^5 + 28a^2b^6 + 8ab^7 + b^8 \quad (1)$$

الاحتمال = $\frac{28}{256}$ أو 11% تقريباً

عدد الطرائق الممكنة للحادثة هو 28 وعدد الطرائق جميعها 256
(2) متروك للطالب

(3) أوجد مفكوك $(3x - 2y)^5$.

$$\begin{aligned} (3x - 2y)^5 &= (3x)^5 + {}_5C_1(3x)^4(-2y) + {}_5C_2(3x)^3(-2y)^2 \\ &\quad + {}_5C_3(3x)^2(-2y)^3 + {}_5C_4(3x)(-2y)^4 \\ &\quad + {}_5C_5(3x)(-2y)^5 \\ &= 243x^5 + \frac{5!}{4!}(81x^4)(-2y) + \frac{5!}{2!3!}(27x^3)(4y^2) \\ &\quad + \frac{5!}{2!3!}(9x^2)(-8y^3) + \frac{5!}{4!}(3x)(16y^4) + (3x)(-32y^5) \\ &= 243x^5 - 810yx^4 + 1080x^3y^2 - 720x^2y^3 + 240xy^4 - 96xy^5 \end{aligned}$$

(4) $252 c^5 d^5$

تأكد:

أوجد مفكوك كل مما يأتي:

$$g^7 + 7g^6h + 21g^5h^2 + 35g^4h^3 + 35g^3h^4 + 21g^2h^5 + 7gh^6 + h^7 \quad (1)$$

$$x^5 + 15x^4 + 90x^3 + 270x^2 + 405x + 243 \quad (2)$$

$$y^4 - 16y^3z + 96y^2z^2 - 2556yz^3 + 256z^4 \quad (3)$$

$$\frac{3}{32} = 0.09375 \quad (4) \text{ ولادة}$$

أوجد الحد المطلوب في مفكوك كل مما يأتي:

$$-108864c^3d^5 \quad (5)$$

$$y^5 \quad (6)$$

$$243a^5 \quad (7)$$

تدرب وحل المسائل:

أوجد مفكوك كل مما يأتي:

(8) متروك للطالب

$$(9) 12a^4 + 128a^3b + 384a^2b^2 + 512ab^3 + 256b^4$$

$$(10) 243a^5 - 1620a^4b + 4320a^3b^2 - 5760a^2b^3 + 3840ab^4 - 1024b^5$$

$$(11) \text{ لجان: } \frac{120}{1024} = \frac{15}{128} = 0.117$$

أوجد قيمة الحد المطلوب في كل مما يأتي:

$$(12) -540y^3x^3$$

$$(13) 75000xy^5$$

$$(14) 32256x^5$$

$$(15) 12096c^5$$

أوجد مفكوك كل مما يأتي:

$$(16) x^4 - \frac{4}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{27}x + \frac{1}{81}$$

$$(17) 32b^5 + 20b^4 + 5b^3 + \frac{5}{8}b^2 + \frac{5}{128}b + \frac{1}{1024}$$

$$(18) \text{ كرة سلة: } \frac{12}{4096} = 0.00293$$

$$(19) \text{ كرة قدم: } 0.121$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(20) تحد: $792a^3b^2\sqrt{ab}$

(21) تبرير: مع العمل أن لمفكوك كل من $(x + y)^n$, $(x - y)^n$ الحدود نفسها فان إشارات حدود $(x + y)^n$ موجبة بينما إشارات $(x - y)^n$ تتبدل من موجب إلى سالب ومن سالب إلى موجب

(22) مسألة مفتوحة: $(x + \frac{6}{5}y)^5$

(23) اكتب: الصف الأول فيه فقط العدد 1 والصف الثاني فيه العدد 1 مرتان وكل صف تال يبدأ وينتهي بالعدد 1 وكل معامل هو مجموع المعاملين الواقعين أعلاه في الصف السابق

تدريب على اختبار:

(24) احتمال: A) $\frac{5}{12}$

12

(25) C) $y = \frac{x + 3}{2}$

2

مراجعة تراكمية:

أوجد الحدود الخمسة الأولى في كل من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين:

(26) -2 , 3 , 8 , 13 , 18

(27) -37 , -31 , -25 , -19 , -13 , -4

(28) -4

(29) الطرفي الأيمن 2 والطرف الأيسر = 2

إذن فالجملة صحيحة عندما $n=1$

2-5 توسيع: التوافيق وماتريك باسكال

حل النتائج:

(1) يوجد n من العناصر ولذلك نستعمل الصف n لإيجاد عدد الخيارات الممكنة فالعدد الأول يمثل اختيار صفر من العناصر والعدد الثاني يمثل اختيار عنصر واحد وهكذا

(2) 1, 6, 15, 20, 15, 6, 1

6-2 البرهان بالاستقراء الرياضي

تحقق من فهمك:

(1) متروك للطالب

(2) متروك للطالب

(3) $n=3$

تأكد:

برهن صحة كل من الجملتين الآتيتين للأعداد الطبيعية جميعها:

(1) متروك للطالب

(2) متروك للطالب

(3) نظرية الأعداد:

(a) 3, 6 , 10 , 15 , 21

$$\mathbf{(b) \ a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

(c) متروك للطالب

برهن صحة كل من الجملتين الآتيتين للأعداد الطبيعية جميعها:

(4) متروك للطالب

(5) متروك للطالب

أعط مثلاً مضاداً يبين خطأ كل من الجملتين الآتيتين:

(6) n=2

(7) n=1

تدرب وحل المسائل:

برهن صحة كل من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها:

(8) متروك للطالب

(9) متروك للطالب

(10) متروك للطالب

(11) متروك للطالب

(12) هندسة: متروك للطالب

برهن صحة كل من الجملتين الآتيتين للأعداد الطبيعية جميعها:

(13) متروك للطالب

(14) متروك للطالب

أعط مثلاً مضاداً يبين خطأ كل من الجملتين الآتيتين:

(15) $n=3$

(16) $n=1$

(17) أشكال:

(a) 14

(b) 1 , 5 , 14 , 30 , 55

(c) 204

(d) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(18) متتابعة فيبوناشي: متروك للطالب

برهن صحة كل جملة مما يأتي لجميع الأعداد الطبيعية، أو أعط مثلاً مضاداً يثبت
خطأها:

(19) متروك للطالب

(20) متروك للطالب

(21) $n=6$

(22) $n=3$

(23) متروك للطالب

مسائل مهارات التفكير العليا:

(24) تحد: متروك للطالب

تبرير: حدد إذا كانت كل من الجملتين الآتيتين صحيحة أم خطأ . وضح إجابتك:

(25) خطأ حتى إن لم نستطع إيجاد مثال مضاد مباشرة فهذا لا يعني عدم وجوده إذ

يمكن إثبات خطأ جملة بسهولة ولكن إثبات صحتها يكون أصعب لان إثبات

الصواب يتطلب استعمال الاستقراء الرياضي أو الهندسة أو طرق أخرى

(26) خطأ لتكن $k=2$ إذا كانت الجملة صحيحة عندما $n=2$ وكذلك عندما $n=3$

فهذا لا يعني بالضرورة أن تكون صحيحة عندما $n=1$

(27) تحد: متروك للطالب

(28) مسألة مفتوحة: متروك للطالب

(29) اكتب: صعود السلم، حيث أن كل خطوة تقود إلى الخطوة التالية

تدريب على اختبار:

(30) $n = 4$ (B)

(3) مبدأ العد: (C) 288

مراجعة تراكمية:

أوجد قيمة الحد المطلوب في كل مما يأتي:

(32) $160x^3y^3$

(33) $15a^2b^4$

(34) $-84x^6y^3$

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين:

$$100500 \quad (35)$$

$$\frac{3}{20} \quad (36)$$

دليل الدراسة والمراجعة

حدد إذا كانت كل من العبارات الآتية صحيحة أم لا . وإذا كانت غير صحيحة، فعدل المصطلح الذي تحته خط لتصبح صحيحة:

(١) صحيحة

(٢) صحيحة

(٣) صحيحة

(٤) خطأ، المتتابعة

(٥) صحيحة

(٦) خطأ، المتتابعة الحسابية

(٧) خطأ، متسلسلة متباينة

(٨) خطأ، وسطان حسابيان

(٩) صحيحة

مراجعة الدروس:

أوجد قيمة الحد المطلوب في كل متتابعات الحسابية الآتية:

48 (١٠)

123 (١١)

حدد نوع المتتابعة ثم أوجد الحدود الأربعة التالية في كل من المتابعتين الآتيتين

ومثل الحدود السبعة الأولى بيانياً:

10, 7, 4, (١٢)

الفرق ثابت وهو 3

إذن المتتابعة حسابية

أساس المتابعة = $4 - 7 = -3$

إذن الحدود الأربعة التالية هي: $1, -2, -5, -8$

$4 + (-3) = 1$

$1 + (-3) = -2$

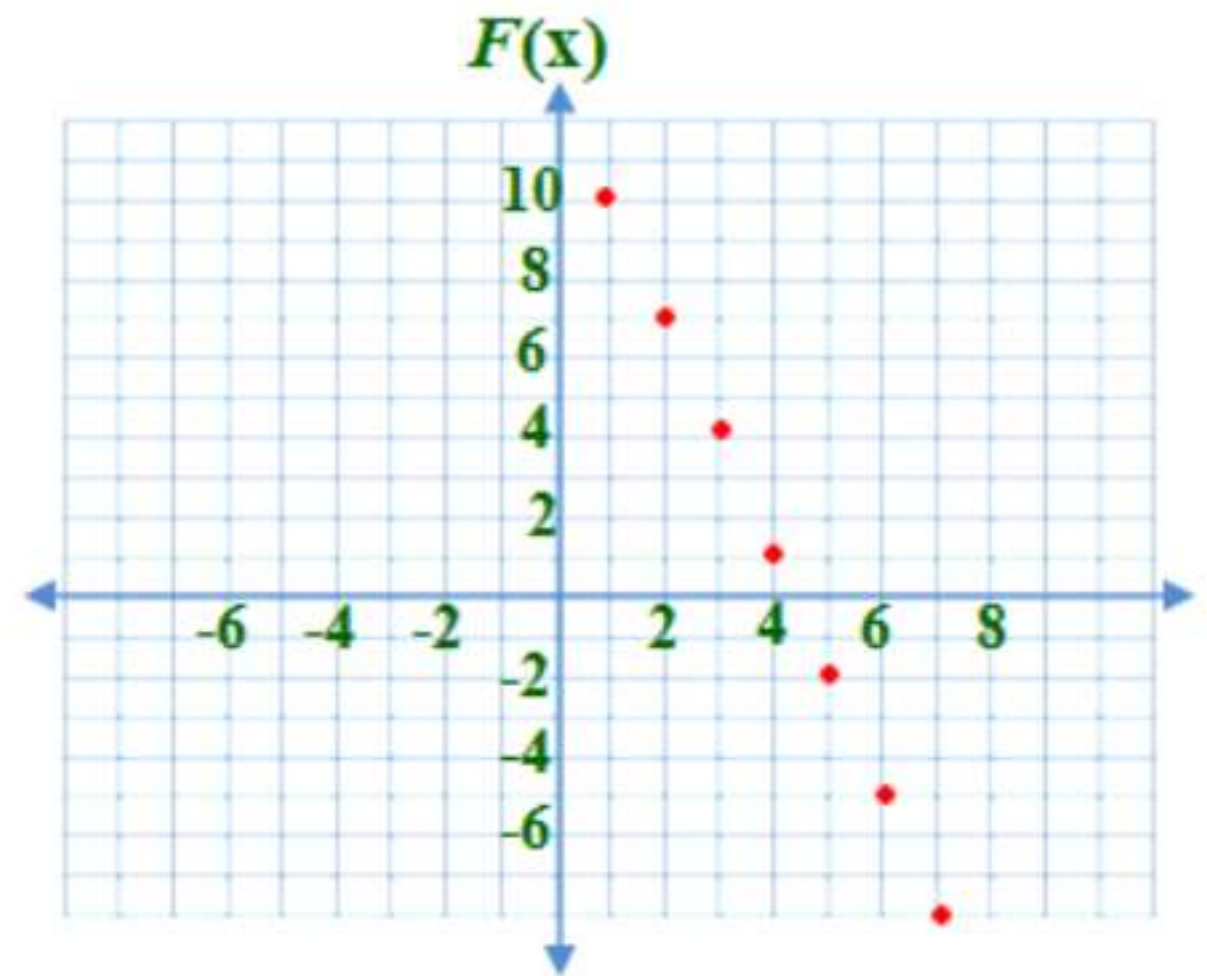
$-2 + (-3) = -5$

$-5 + (-3) = -8$

مجال المتتابعة: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$

مدى المتتابعة هو المجموعة: $\{10, 7, 4, 1, -2, -5, -8\}$

ولذلك تمثل هذه الحدود السبعة الأولى بيانياً.



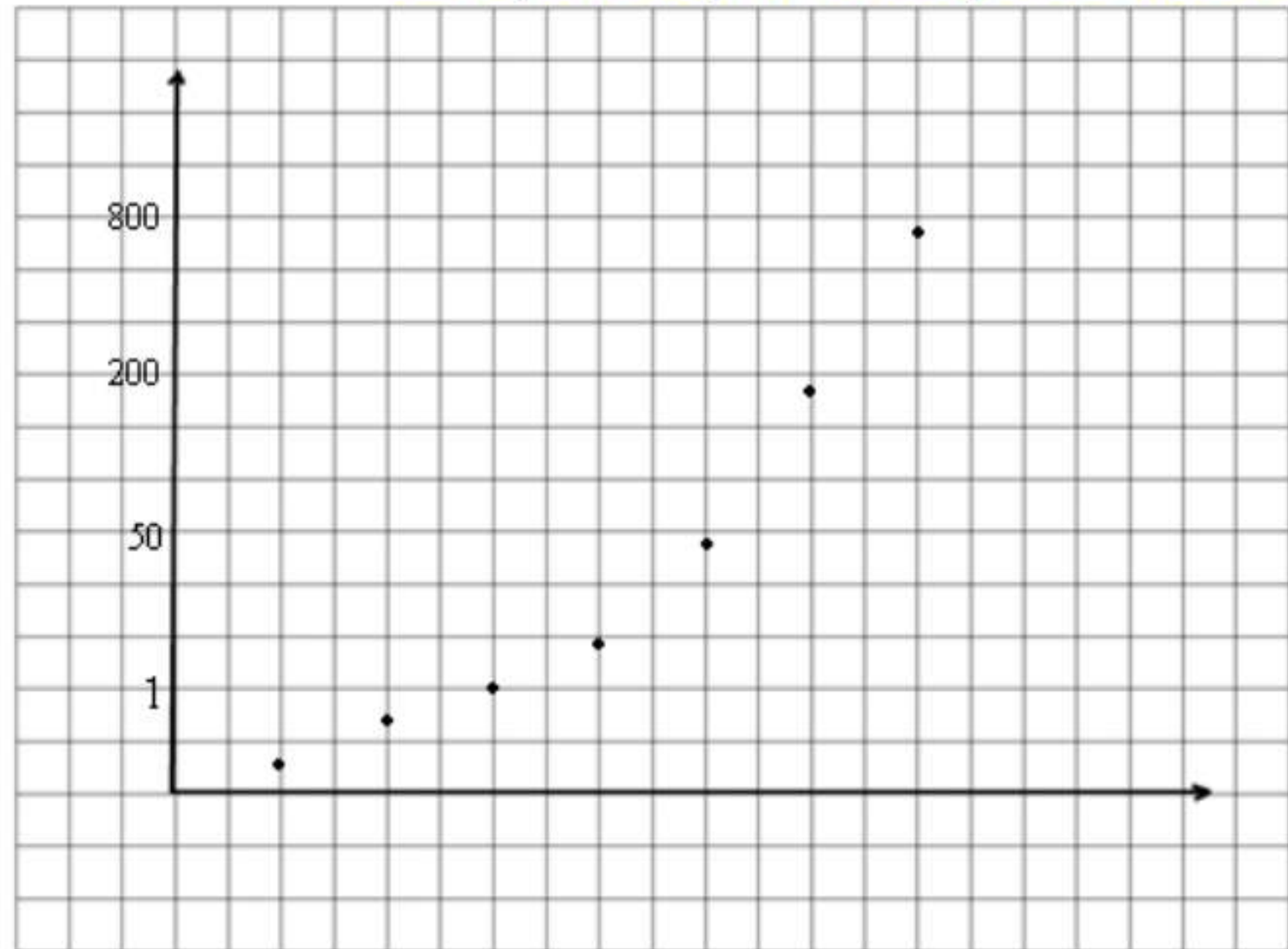
(١٣)

800, 200, 50,

بالقسمة على 4

إذن المتتابعة هندسية

12.5, 3.125, 0.78125, 0.1953125



أوجد الأوساط الحسابية في كل من المتتابعات الآتية:

(١٤) -7, -2, 3

(١٥) $\frac{59}{3}$, $\frac{73}{3}$

(١٦) 8, 4, 0, -4

(١٧) 60, 48, 36

(١٨) توفير: 1920 ريالاً

أوجد S_n لكل من المتسلسلات الحسابية الآتية:

192 (١٩)

1040 (٢٠)

581 (٢١)

-245 (٢٢)

مسرح (٢٣)

2, 4, 6,

$n = 11, a_1 = 100, d = 150 - 100 = 50$

$n = 20, d = 4 - 2 = 2$

$a_n = a_1 + (n - 1)d$

$a_{20} = 2 + (20 - 1)2$

$a_{20} = 2 + (20 - 1)2$

$a_{20} = 40$

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الحسابية الآتية:

629 (٢٤)

319 (٢٥)

-99 (٢٦)

أوجد الحد المطلوب في كل من المتتابعات الهندسية الآتية:

320 (٢٧)

99 (٢٨)

8 (٢٩)

أوجد الأوساط الهندسية المطلوبة في كل من المتتابعات الآتية:

$$18, 54 \quad (30)$$

$$\pm 24, 72, \pm 216 \quad (31)$$

$$12, -36 \quad (32)$$

توفير: (33)

$$a_1 = 2048000, r = 0.5$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_{12} = 2048000(0.5)^{12-1}$$

$$a_{12} = 1000$$

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين:

$$129 \quad (34)$$

$$\frac{-6305}{2187} \quad (35)$$

أوجد مجموع كل من المتسلسلات غير المنتهية فيما يأتي إن وجد:

$$32 \quad (36)$$

غير موجود (37)

$$6 \quad (38)$$

$$300 \text{ ft: رياضية: } (39)$$

أوجد مفكوك كل مما يأتي:

$$a^3 + a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (٤٠)$$

$$y^7 - 21y^6 + 189y^5 - 945y^4 + 2835y^3 - 5103y^2 + 5103y - 2187 \quad (٤١)$$

$$-32z^5 + 240z^4 - 720z^3 + 1080z^2 - 810z + 243 \quad (٤٢)$$

$$256a^4 - 786a^3b + 864a^2b^2 - 432ab^3 + 81b^4 \quad (٤٣)$$

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)^5 \quad (٤٤)$$

$$x^5 - \frac{5}{4}x^4 + \frac{5}{8}x^3 - \frac{5}{32}x^2 + \frac{5}{256}x - \frac{1}{1024}$$

أوجد الحد المطلوب في كل مما يأتي:

$$112a^6b^2 \quad (٤٥)$$

$$193536x^2y^3 \quad (٤٦)$$

$$-13107200x^9 \quad (٤٧)$$

برهن صحة كل جملة مما يأتي للأعداد الطبيعية جميعها:

(٤٨) الخطوة الأولى: عند $n = 1$ الطرف الايسر من المعادلة $= 2$
الطرف الأيمن من المعادلة ايضاً $= 2$ ، اذن المعادلة صحيحة عند $n = 1$
الخطوة الثانية: افرض أن

$$2 + 6 + 12 + \dots + k(k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$$

حيث k عدد صحيح موجب
الخطوة الثالثة:

$$2 + 2 \cdot 3 + \dots + k(k+1) + (k+1)(k+2) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1)(k+2)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + \frac{3(k+1)(k+2)}{3} \\
&= \frac{(k+1)[k(k+2)+3(k+2)]}{3} \\
&= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} \\
&= \frac{(k+1)[(k+1)+1][(k+1)+2]}{3}
\end{aligned}$$

الطرف الأيمن هو المطلوب اثباته عند $n = k + 1$ لذا المعادلة صحيحة عند
 $n = k + 1$
اذن

$$2 + 6 + 12 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

لكل الاعداد الصحيحة الموجبة n

(٤٩) الخطوة الأولى: عند $n = 1$

اذن العبارة تقبل القسمة على 4 العبارة صحيحة عند
 $n = 1$

الخطوة الثانية: نفرض أن $5^k - 1$ تقبل القسمة على 4 حيث k عدد صحيح
موجب

أي $5^k - 1 = 4r$ ، r عدد طبيعي.
الخطوة الثالثة:

$$5^k - 1 = 4r$$

$$5^k = 4r + 1$$

$$5^{k+1} = 20r + 5$$

$$5^{k+1} - 1 = 20r + 5 - 1$$

$$5^{k+1} - 1 = 20r + 4$$

$$5^{k+1} - 1 = 4(5r + 1)$$

حيث r عدد طبيعي و $5r + 1$ عدد طبيعي، اذن $5^{k+1} - 1$ يقبل القسمة على 4 .
العبارة صحيحة عند $n = k + 1$ على هذا $5^n - 1$ تقبل القسمة على 4 لكل عدد
صحيح موجب n

أعط مثالا مضادا إن كلا من الجمل الآتية خطأ:

n=2 (٥٠

n=2 (٥١

n=2 (٥٢

n=1 (٥٣

اختبار الفصل

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين (إن وجد) .

(1) لا يوجد مجموع

(2) 8

(3) 27 , 36 , 45 , 54

(4) 129

(5) اختيار من متعدد: (D) 33.4

(6) 7 , 3 , -1 , -5

(7) 231

(8) اختيار من متعدد:

(C) 5

128

(9) 24 , 96 , 384

(10) $\frac{1055}{27}$

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين (إن وجد):

220 (11)

136 (12)

$\frac{65}{99}$ (13)

أوجد الحدود الخمسة الأولى في كل من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين:

-1 , 2 , 11 , 38 , 119 (14)

4 , 5 , 7 , 10 , 14 (15)

$16a^4 - 96a^3b + 21a^2b^2 - 21ab^3 + 81b^4$ (16)

1215 (17)

$84c^6d^3$ (18)

برهن صحة كل من الجملتين الآتيتين، للأعداد الطبيعية جميعها .

(19) متروك للطالب

(20) متروك للطالب

$n=1$ (21)

(22) مدرسة: 21.9%

(23) بندول: 66.7 in

اختبار تراكمي

اختيار من متعدد:

اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

37 (B (1

945 (C (2

$a_n = 5 (2)^{n-1}$ (B(3

99.9% (D (4

∞ (5

$\sum_{k=1}^{\infty} 1 \cdot (3)^{k-1}$ (B

$k = 1 \ 5 \ 2$

15 (C (6

إجابة قصيرة: أجب عن كل مما يأتي:

4×1 (7

$c^6 + 6c^5d + 15c^4d^2 + 20c^3d^3 + 15c^2d^4 + 6cd^5 + d^6$ (8

بسّط كلّاً من العبّارتين الآتيتين:

$$\frac{15a^3b^2}{2c} \quad (9)$$

$$\frac{3x}{2} \quad (10)$$

$$f(g(6))=86 \quad (11)$$

إجابة طويلة:

أجب عن كل مما يأتي موضحاً خطوات الحل:

(12) متروك للطالب

(13)

(a) تتناسب عكسي كلما قلت السرعة زاد الزمن لقطع المسافة نفسها

(b) 15 km/h